

FICHE N° 11 – GRANDEURS ET MESURES

Les grandeurs et les mesures

Une grandeur est un caractère d'un objet susceptible de varier d'un objet à l'autre.

*À l'école, on étudie les longueurs, les aires, les masses, les volumes et les durées. La grandeur d'un objet est toujours définie par deux relations qui lient les objets : une **relation d'égalité** (ce segment est aussi long que celui-ci) et une **relation d'inégalité** (ce segment est plus long que celui-ci). Ces comparaisons peuvent être **directes** (mentalement ou expérimentalement) ou **indirectes** (on utilise un objet intermédiaire comme une balance). Pour un même objet, on peut définir plusieurs grandeurs : masse, volume, longueur...*

Une grandeur peut être définie sans avoir recours aux nombres mais c'est souvent fastidieux, c'est pourquoi on utilise des mesures.

La mesure de la grandeur d'un objet est le nombre d'unités nécessaires permettant de réaliser une grandeur égale à celle de l'objet. La mesure est un nombre ; elle dépend de l'unité choisie, contrairement à la grandeur qui est invariante.

*À l'école, l'élève doit apprendre à faire la différence entre un **objet réel** (baguette, boîte) et **géométrique** (segment, rectangle), entre la grandeur associée à cet objet et la mesure de cette grandeur. Les grandeurs se définissent par des comparaisons, indépendamment des nombres.*

Pour cette raison, l'étude des grandeurs précède celle des mesures. L'enseignement d'une grandeur et de sa mesure passe généralement par les étapes suivantes :

- 1. Travail sur la grandeur (comparaisons)*
- 2. Travail sur la mesure à l'aide d'une unité (on reporte un gabarit un certain nombre de fois)*
- 3. Travail sur la mesure en utilisant le calcul (le report du gabarit n'est pas toujours possible, on recourt alors au calcul).*

Les types de problèmes

Comparer des longueurs sans les mesurer

COMPARER DES LONGUEURS DE SEGMENTS SANS MESURER

- 1** *L'élève procède à **vue d'œil** sur les longueurs sont très différentes.*
- 2** *L'élève **fait coïncider les deux extrémités** des segments si ceux-ci sont transportables (comparaison directe).*
- 3** *L'élève utilise un **objet intermédiaire transportable** ou **reporte la longueur du segment 1 sur le segment 2** avec un compas ou un objet unité (ou plusieurs).*



FICHE N°11 – GRANDEURS ET MESURES

- ④ L'élève utilise un **objet intermédiaire** ou un **objet unité** si les segments ne sont pas transportables (exemple : tracés dans la cour)

VARIABLES	DIFFICULTES
<ul style="list-style-type: none"> - Objet transportable ou non - Différence de grandeur importante ou non - Matériel fourni 	<ul style="list-style-type: none"> - Les élèves sont non conservant (si 2 longueurs sont superposées et égales, ils le voient, mais si on décale l'une des deux longueurs, ils pensent qu'elles ne sont plus égales) - Difficultés de manipulation

COMPARER DES LONGUEURS DE LIGNES BRISEES ET DES PERIMETRES NON DEPLOYABLES

- ① Si l'élève dispose d'un **compas**, il reporte sur une demi-droite les longueurs des segments qui composent la ligne brisée ou le périmètre.
- ② Si l'élève dispose d'**objets intermédiaires** qu'il peut couper à la longueur qu'il veut, il les superpose sur chacun des segments de la ligne brisée, puis aligne les objets bout à bout.

VARIABLES	DIFFICULTES
<ul style="list-style-type: none"> - Matériel fourni. - Les différents segments qui composent la ligne brisée sont égaux ou non. 	<ul style="list-style-type: none"> - L'élève ne voit pas le lien entre le compas et la comparaison (un compas sert seulement à tracer un cercle...). - Théorèmes élèves « La ligne brisée la plus longue est celle qui contient le plus de segments ». - Difficultés de manipulation.

COMPARER DES LONGUEURS DE LIGNES COURBES ET DE PERIMETRES AVEC UN GABARIT

- ① Si le gabarit est **suffisamment long** (exemple : de la ficelle), l'élève peut **faire coïncider des morceaux du gabarit avec chaque courbe à comparer**. Il compare ensuite les longueurs des ficelles obtenues.
- ② Si le gabarit n'est **pas suffisamment long**, il faut **le reporter autant de fois que nécessaire** et comparer ensuite le nombre de reports (en cas d'égalité, comparer les restes).



FICHE N°11 – GRANDEURS ET MESURES

VARIABLES	DIFFICULTES
<ul style="list-style-type: none">- Longueur du gabarit fourni.- Longueurs de la ligne courbe par rapport au gabarit (nombre de reports exacts ou non).	<ul style="list-style-type: none">- Problèmes de manipulation.- Difficultés à mémoriser le nombre de reports.

Comparer les longueurs en les mesurant

COMPARER DES LONGUEURS DE SEGMENTS AVEC UN DOUBLE DECIMETRE

- 1 L'élève place une extrémité de l'objet sur le 0 de la graduation de son instrument de mesure et lit à quelle graduation arrive l'autre extrémité de l'objet. Si la longueur est supérieure à celle de la règle, il doit reporter le double-décimètre.

VARIABLES	DIFFICULTES
<ul style="list-style-type: none">- Nature du rapport entre la longueur et les unités (cm et mm).	<ul style="list-style-type: none">- L'élève place l'extrémité de l'objet sur le début de la règle (erreur qui vient de l'utilisation de gabarits).- L'élève n'arrive pas à donner de résultat si la mesure n'est pas un nombre entier.- Erreur dans la lecture des mm (l'élève lit « vers l'arrière »).- L'élève est bloqué s'il faut reporter la règle.- L'élève oublie d'ajouter les longueurs obtenues.- Difficultés de manipulation.

MESURER LA LONGUEUR D'UNE LIGNE BRISEE OU D'UN PERIMETRE AVEC UN DOUBLE DECIMETRE.

- 1 L'élève mesure les longueurs de chacun des segments et additionne ces longueurs. Il peut utiliser la multiplication si ces segments sont de même longueur.



FICHE N°11 – GRANDEURS ET MESURES

VARIABLES	DIFFICULTES
<ul style="list-style-type: none"> - Mesure de chaque segment (nombre entier ou pas). - Nombre de segments qui composent la ligne brisée. 	<ul style="list-style-type: none"> - L'élève ne fait pas le lien entre l'addition des mesures et la longueur totale de la ligne brisée. - Si les mesures de segments ne sont pas des nombres entiers, l'élève peut avoir des difficultés pour additionner les mesures - Plus il y a de segments, plus le risque d'oubli et d'erreurs de calcul est important.

MESURER LE PERIMETRE D'UN POLYGONE PAR LE CALCUL

- ① Si le polygone est un carré, un rectangle ou un polygone régulier, l'élève peut appliquer une formule ou utiliser un raisonnement.
- ② L'élève peut mesurer côté par côté et additionner ses mesures.
→ Si la figure est un cercle, l'élève peut utiliser une ficelle ou une formule, si elle est connue.

VARIABLES	DIFFICULTES
<ul style="list-style-type: none"> - Mesure de chaque segment (nombre entier ou pas). - Nombre de segments qui composent la ligne brisée - Nature du polygone. 	<ul style="list-style-type: none"> - Mauvaise mémorisation de la formule (procédure N° 1). - Confusion avec la formule de l'aire quand elle est connue (carré ou rectangle).

EFFECTUER DES CONVERSIONS D'UNITES DE LONGUEURS

- ① Si l'unité du nombre de départ ou d'arrivée est familière et proche, l'élève multiplie ou divise par 10.
- ② Si l'unité du nombre de départ ou d'arrivée n'est pas familière ou proche, l'élève utilise la multiplication ou la division par 10, 100 ou un tableau de conversion.
→ même cheminement pour les unités d'aire.



FICHE N°11 – GRANDEURS ET MESURES

VARIABLES	DIFFICULTES
<ul style="list-style-type: none"> - Mesure de chaque segment (nombre entier ou pas). - Nombre de segments qui composent la ligne brisée. - Nature du polygone. 	<ul style="list-style-type: none"> - Défaut de mémorisation de l'ordre des unités. - Méconnaissance des relations entre les unités. - Si le nombre de départ ou d'arrivée est un nombre décimal, il peut y avoir des erreurs d'écriture ou de calcul. - utilisation abusive du théorème élève : « De deux aires, le plus grande est celle qui a le plus grand périmètre ».

Comparer et mesurer des aires

LES SURFACES DONNEES ONT DES AIRES TRES DIFFERENTES

- ❶ L'élève fait une *comparaison à vue d'œil*.

VARIABLES	DIFFICULTES
<ul style="list-style-type: none"> - Différence entre les aires visibles ou non. 	<ul style="list-style-type: none"> - L'élève assimile aire et encombrement.

LES SURFACES DONNEES SONT FACILES A INCLURE L'UNE DANS L'AUTRE

- ❶ Si les surfaces sont *déplaçables*, l'élève peut effectuer *l'inclusion physiquement*.
 ❷ Si les surfaces ne sont *pas déplaçables*, il doit effectuer *l'inclusion mentalement*.

VARIABLES	DIFFICULTES
<ul style="list-style-type: none"> - Surfaces déplaçables ou non. 	<ul style="list-style-type: none"> - L'élève est tenter de fermer les figures concaves (angle rentrant) pour comparer leurs aires.



FICHE N°11 – GRANDEURS ET MESURES

LES SURFACES DONNEES PEUVENT ETRE INCLUSES L'UNE DANS L'AUTRE
SUITE A UN DECOUPAGE/COLLAGE

- ❶ Si l'élève a des ciseaux, il fait le découpage.
- ❷ Si l'élève a un crayon et une règle, il trace les transformations sur sa feuille.
- ❸ S'il ne dispose pas d'instrument, il effectue ces transformations mentalement.

VARIABLES	DIFFICULTES
- Instruments donnés à l'élève.	- Difficulté à anticiper les tracés, les découpages et les reconstitutions nécessaires. - Difficulté à mobiliser des images mentales.

LES SURFACES DONNEES NE PEUVENT PAS ETRE INCLUSE L'UNE DANS
L'AUTRE

- ❶ Si ce sont des figures usuelles, l'élève calcule l'aire des surfaces (formules) et compare les résultats.
- ❷ Si ces surfaces peuvent se ramener à la réunion ou en complément de surfaces usuelles, l'élève les met en évidence.
- ❸ Si aucune de ces deux procédures n'est possible, l'élève trace un quadrillage et calcule approximativement les aires.

VARIABLES	DIFFICULTES
- Nature des surfaces.	- Problèmes de mémorisation des formules. - Erreurs de calcul. - Difficulté dans la décomposition de la figure - Difficulté pour tracer le quadrillage. - Difficulté à dénombrer les carreaux.



FICHE N°11 – GRANDEURS ET MESURES

Autres grandeurs

• MASSES

Comparer les masses sans recourir à des mesures : en soupesant ou en utilisant une balance Roberwal

Mesurer la masse d'un objet avec une balance : balance Roberwal ou balance électronique.

Effectuer des conversions d'unités de masse.

Résoudre des problèmes avec des unités de masse : comparaison, addition, soustractions, multiplication par un entier.

• CAPACITE/VOLUME

Comparer des capacités/volumes sans recourir à des mesures : à vue d'œil, en transvasant, en comparant des masses solides (s'il s'agit de solides homogènes). Noter que les enfants n'ont pas encore atteint l'étape de la conservation de la substance.

Mesurer la capacité d'un récipient en utilisant un liquide.

Mesurer un volume en remplissant avec un volume unité : remplir un pavé droit avec des petits cubes identiques.

Calculer le volume d'un pavé droit en utilisant une formule : c'est la seule formule à apprendre en élémentaire Effectuer des conversions d'unités de contenance.

• DUREE

Lire l'heure sur une horloge à aiguilles (heures et minutes)

Convertir des unités de durée Résoudre des problèmes liant horaires et durées : on donne l'heure de départ puis la durée et on doit trouver l'heure de fin ou l'inverse. L'élève peut procéder par calcul de proche en proche ou par soustraction mais attention : les durées et les heures sont souvent confondues avec les nombres décimaux !

Résoudre des problèmes utilisant des calculs sur des durées

