TRANSFORMATIONS

Définitions

Une transformation est une application du plan dans lui-même. C'est un procédé qui associe un point M' à tous les points M du plan. On dit que M' est l'image de M par la transformation.

La symétrie axiale

La figure A et la figure A' sont toutes deux dessinées sur une feuille. La figure A' est symétrique de la figure A par rapport à une droite (d) si, lorsqu'on plie la feuille suivant cette droite (d), A et A' se superposent parfaitement par transparence.

On peut donc dire que le symétrique d'un point M par rapport à une droite (d) est :

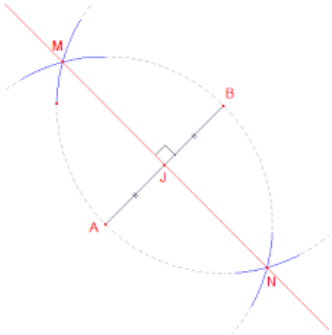
- ***le point M' tel que (d) est la médiatrice de [MM'] si M n'est pas sur (d) ;***
- ***le point M lui-même, si M est sur (d).***

VOCABULAIRE

→ M' est l'image de M par rapport à la droite (d). → M et M' sont symétriques par rapport à (d). → Tous les points de l'axe de symétrie (d) sont leur propre image. Ils sont invariants.

CONSTRUCTION

Pour tracer le symétrique d'un point A par rapport à une droite (d), on place deux points quelconques sur (d), puis on trace deux arcs de cercle donc le centre est un de ces deux points, et passant par M.
Le deuxième point commun de ces deux arcs est N, symétrique de M.



TRANSFORMATIONS

PROPRIETES

***Conservation de l'alignement** : l'image d'une droite par une symétrie axiale est une droite.*
***Conservation des longueurs** : l'image d'un segment par une symétrie axiale est un segment de même longueur.*
***Conservation du milieu** : l'image du milieu d'un segment par une symétrie axiale est le milieu de l'image de ce segment.*
***Conservation des angles** : l'image d'un angle par une symétrie axiale est un angle de même mesure. L'image de deux droites perpendiculaires est formée de deux droites perpendiculaires (orthogonalité).*
***Conservation du parallélisme** : l'image de deux droites parallèles par une symétrie axiale est formée de deux droites parallèles.*

→ Ces propriétés permettent de dire que l'image d'un cercle par une symétrie axiale est un cercle de même rayon, dont le centre est le symétrique du centre.

AXE DE SYMETRIE

Pour trouver l'axe de symétrie d'une figure, il faut la « plier mentalement » suivant une droite. Si c'est possible, repérer deux points M et M' de la figure comme étant symétrique et tracer (MM').

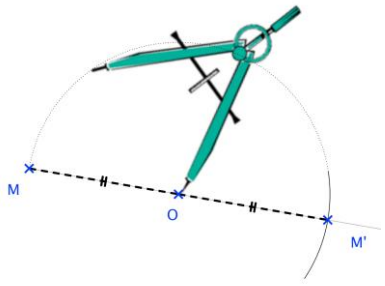
La symétrie centrale

La figure A et la figure A' sont toutes deux dessinées sur une feuille. La figure A' est symétrique de la figure A par rapport à un point C si on obtient A' en faisant tourner A de 180° autour de C.

On peut donc dire que le symétrique d'un point M par rapport à un point C est :
- *le point M' tel que C est la médiatrice de $[MM']$ si M est distinct de C ;*
- *le point M lui-même, si M et C sont confondus.*

CONSTRUCTION

Pour tracer le symétrique d'un point M par rapport à un point O, on trace la demi-droite d'origine M qui passe par O. On place ensuite le point M' avec le compas ou la règle graduée sur cette demi-droite, tel que $MO = M'O$.



TRANSFORMATIONS

PROPRIETES

• Conservation de l'alignement, des longueurs, des angles, de l'orthogonalité, des milieux.
• Conservation du parallélisme : l'image de deux droites parallèles par une symétrie axiale est formée de deux droites parallèles.
• Quelle que soit la droite, la symétrie centrale transforme cette droite en une droite parallèle.

CENTRE DE SYMETRIE

Une figure F admet un centre de symétrie C si le symétrique de tout point de F appartient à F. Si une figure, dont certains côtés sont des segments, admet une symétrie centrale, alors ces segments seront nécessairement parallèles deux à deux. Si ce n'est pas le cas, cette figure n'a pas de centre de symétrie.

Pour trouver le centre de symétrie d'une figure, on vérifie d'abord que les segments présents éventuellement dans la figure sont parallèles deux à deux. Si c'est le cas, on place mentalement un centre de symétrie dans la figure et on le trace avec précision.

Agrandissement et réduction

Un polygone F' est un agrandissement ou une réduction d'un polygone F si les dimensions de ses côtés ont été multipliés par un même coefficient et que ses angles sont conservés.
Si ce coefficient est supérieur à un 1, c'est un agrandissement.
Si ce coefficient est inférieur à 1, c'est une réduction.

PROPRIETES

• Conservation des angles, de l'alignement, du parallélisme, de l'égalité des longueurs, du milieu d'un segment.
• Si dans la figure, un côté est la somme des deux autres côtés, alors il en est de même de leurs agrandissements / réductions respectifs.
• Si dans la figure, un côté est k fois plus long qu'un autre côté (k étant un nombre réel), alors il en est de même de leur agrandissement / réductions respectifs.